

# Testaufgaben „Mathematische Grundlagen“

## Lösen Sie die Aufgaben ohne Taschenrechner!

(außer 14.f – h und 15)

- Schreiben Sie ohne Klammern: a)  $(-a^4)^3$       b)  $(-b^3)^4$       c)  $-(c^3)^4$
- Die Flächen zweier Quadrate verhalten sich wie 3 : 5. Die größere Fläche beträgt 15. Wie groß ist die kleinere Fläche?
- Berechnen Sie:      a)  $r^{k-1} \cdot r^2$       b)  $r^k \cdot \frac{1}{r} - r$       c)  $(-2a + 3b - c)(2a + 3b - c)$
- Vereinfachen Sie so weit als möglich
  - $(6u^3) : (3u)^2$
  - $(a^2 \cdot b^{-1})^{-3} \cdot (a \cdot b \cdot c)^2$
  - $\sqrt[2]{3b^4} \cdot \sqrt[10]{27b^{-7}}$
  - $\sqrt[3]{\sqrt[4]{(a-b)^6}}$
  - $(\sqrt{1-x^2} - \sqrt{1+x^2})^2$
  - $\sqrt[3]{z\sqrt{z}} : \sqrt[6]{z^4} \sqrt[3]{z^2}$
  - $\frac{uv - u^2}{u - v}$
  - $2st + \frac{st - 2t^2}{\frac{t}{s} - 1}$
  - $\frac{\frac{y}{x} - \frac{x}{y}}{\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 2}$
- Schreiben Sie als Summe von Logarithmen:      a)  $\lg \frac{(p)^2}{2r^4}$       b)  $\ln \frac{\sqrt[4]{x} \sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{c^2}}$
- Fassen Sie zu einem Logarithmus zusammen:
  - $2 \ln e^3 + 3 \ln 2e - \ln 8e^{10}$
  - $2 \lg u - 3 \lg 4v + 3 \lg \frac{2}{5u}$
- Dividieren Sie:  $(a^4 + a^2 - 2a^3 - 12 + 6a) : (a^3 - 3)$
- Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach der jeweiligen Unbekannten auf
  - $(x-3)^2 - x - 20 = x + 37$
  - $\frac{8-x}{2} - \frac{2x-11}{3} = \frac{x-2}{6}$
  - $2a - 3[a - 4(5-a)] = 6[4 - 3(a+7)]$
  - $\frac{x^2+2}{x^2-4} - \frac{x+1}{4x-8} = \frac{5x-3}{8x+16}$
  - $\sqrt{x+9} - \sqrt{x+2} = \sqrt{4x-27}$
  - $\lg(u+2) + \lg(u+3) = 1 + \lg u$
- Stellen Sie folgende Gleichungen nach der jeweils angegebenen Variablen um:
  - $y = 1 - e^{-\lambda \cdot t}$       nach t
  - $f = A_0 \cdot e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^3}$       nach b und x
  - $s = R \cdot \frac{v^n - 1}{v - 1}$       nach R und n
  - $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$       nach a und  $\gamma$
  - $K_n \cdot \left(\frac{1}{1+i}\right)^n = K_0$       nach i und n
  - $d = 2\sqrt{\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + y^2}$       nach y, a und  $x_0$
- Lösen Sie folgende Gleichungssysteme:
  - $3x - 4y = 12$  ;     $2x + 2y = 22$
  - $x y^2 - 2y + 6 = 0$  ;     $xy - x = 0$
  - $\frac{x+6y}{18} - \frac{3x-16}{14} = \frac{3y-x}{63}$  ;     $\frac{5x+2}{54} - \frac{4x+7y+6}{27} = \frac{2y-x}{6}$

11. Wie lauten die Gleichungen der Geraden, die gegeben sind durch:

- a) den Punkt (0;3) und den Anstieg 2?      b) den Punkt (1;4) und den Anstiegswinkel  $\alpha = 135^\circ$   
c) die Punkte (-2;5) und (2;2)?

12. Zeichnen Sie die Bilder folgender Funktionen:

- a)  $y = -\frac{3}{2}x + 2$       b)  $y = \sqrt{x+2}$       c)  $y = x^2 + 4$       d)  $y = (x-1)^3$   
e)  $y = \frac{1}{x-3}$       f)  $y = e^{-x} + 3$       g)  $y = e^x - 3$       h)  $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$   
i)  $y = \cos x + \frac{\pi}{2}$       j)  $y = -\ln x$       k)  $y = \ln(-x)$       l)  $y = \sin 2x$

13. In welchem Quadranten des Koordinatensystems liegen die Winkel, für die gilt

- a)  $\sin x = -0,5$       b)  $\cos x = -0,25$       c)  $\tan x = 0,5$  ?

14. Berechnen bzw. vereinfachen Sie:

- a)  $\cos \alpha + \cos(-\alpha)$       b)  $\cos \alpha^2 + \sin^2 \alpha$       c)  $\frac{\cot \beta}{\cos \beta}$       d)  $\frac{\tan \beta}{\cot \beta}$   
e)  $\frac{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + a^2 \sin^2 \varphi}}{2a}$       f)  $\cos\left(\frac{\pi}{4} - 1\right)$       g)  $\cos \frac{\pi}{4} - 1$       h)  $\cos \frac{\pi}{4} - \cos 1$

15. Berechnen Sie die fehlenden Seiten und Winkel eines Dreiecks, wenn folgendes gegeben ist:

- a)  $a = 3$  m,  $b = 4$  m,  $\gamma = 90^\circ$       b)  $a = 10$  m,  $b = 16$  m,  $\gamma = 95^\circ$       c)  $b = 44$  m,  $\beta = \frac{5}{6}\pi$ ,  $\gamma = 12^\circ$

16. Berechnen Sie für die Vektoren  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ ,       $\vec{b} = -3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$

die Vektoren:       $\vec{u} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$ ;       $\vec{v} = 2\vec{a} - \vec{b}$   
und das Skalarprodukt  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  und zeichnen Sie alle auftretenden Vektoren!

17. Untersuchen Sie die Folgen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert

- a)  $(-1)^n + 1$       b)  $\left(\frac{-1}{2}\right)^n$       c)  $\frac{(-1)^n}{2}$   
d)  $\frac{n^2 - 9}{3 - n}$       e)  $\frac{n + 2}{4 - n^2}$       f)  $\frac{(2n - 1)^2}{4 + 3n - n^2}$

18. Ermitteln Sie folgende Grenzwerte

- a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 3x - 7)$       b)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{3x^2 + 15x + 18}{2x^2 - 18}$       c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 4 - x^2}{2x^2 - 1}$   
f)  $\lim_{x \rightarrow \infty} 2e^{-2x}$

19. Bilden Sie die Ableitungen der Funktionen:

- a)  $y = 2x^5 - 6x^2 + 7$       b)  $y = \sqrt{2x - 1}$       c)  $y = x \cdot e^{-x}$

20. Berechnen Sie die Integrale

- a)  $\int (e^x - 12x^3) dx$       b)  $\int_1^2 \left(\frac{2}{x} - 1\right) dx$       c)  $\int_0^1 (x - \sqrt{x}) dx$